

Mode de scrutin Condorcet/Schulze dans les circonscriptions uninominales

Markus Schulze
Berlin, Allemagne

Sommaire : Je recommande que les députés de la Chambre des communes du Canada soient élus dans des circonscriptions uninominales exclusivement, par le mode de scrutin Condorcet/Schulze. Comme le mode de scrutin Condorcet/Schulze est un type de vote préférentiel, il est pertinent d'en faire l'étude dans la suite donnée par le Parti libéral à sa promesse électorale d'examiner les modes de scrutin préférentiels et la représentation proportionnelle.

1. La méthode Condorcet

Dans la méthode Condorcet, chaque électeur reçoit une liste énumérant tous les candidats, qu'il classe par ordre de préférence. L'électeur peut attribuer le même rang à plusieurs candidats et n'est pas tenu de les classer tous. Lorsqu'il s'abstient de classer un candidat, cela signifie : 1) qu'il lui préfère tous les candidats qu'il a classés; et 2) qu'il lui accorde le même niveau de préférence qu'à tous les autres candidats non classés.

Supposons que $N[a,b]$ est le nombre d'électeurs qui préfèrent le candidat a au candidat b . Lorsque $N[a,b] > N[b,a]$, on dit que le candidat a gagne *directement* contre le candidat b .

Le *gagnant de Condorcet* est un candidat a qui, confronté à tout autre candidat b , gagne toujours *directement*. Il se peut qu'il n'y ait pas de gagnant de Condorcet. Le *mode de scrutin Condorcet* signifie que lorsqu'il y a un gagnant de Condorcet, celui-ci doit être l'unique vainqueur.

2. La méthode Schulze

La méthode Schulze entre en jeu lorsqu'il n'y a aucun gagnant de Condorcet; elle prend en compte les défaites *indirectes*. On dit que le candidat a gagne *indirectement* contre le candidat b lorsqu'il gagne *directement* contre le candidat b ou qu'il gagne contre un candidat qui a gagné *directement* ou *indirectement* contre le candidat b .

En termes plus scientifiques : Supposons que $c(1), \dots, c(n)$ soit le chemin de force du candidat $a \equiv c(1)$ au candidat $b \equiv c(n)$. La *force* du chemin correspond à la plus faible des marges de victoire des confrontations par paires $n-1$ le long du chemin. C'est donc dire que la force de $c(1), \dots, c(n)$ est égale au minimum de $N[c(i), c(i+1)] - N[c(i+1), c(i)]$ où $i = 1, \dots, (n-1)$. On dit que le candidat a gagne *indirectement* contre le candidat b lorsque la force du chemin le plus fort du

candidat a au candidat b est supérieure à la force du chemin le plus fort du candidat b au candidat a .

Un *gagnant de Schulze* est un candidat a qui, confronté à tout autre candidat b , gagne toujours *indirectement*. On peut prouver qu'il y a toujours un gagnant de Schulze. Le *mode de scrutin Schulze* signifie que le gagnant est nécessairement un gagnant de Schulze.

Déterminer le gagnant est un peu compliqué dans la méthode Schulze. Cependant, les mérites de cette méthode ne résident pas dans l'algorithme qui permet de calculer le gagnant, mais plutôt dans le grand nombre d'avantages qu'elle comporte. On peut prouver que le mode de scrutin Schulze remplit tous les critères importants qui sont compatibles avec le critère de Condorcet (p. ex. : anonymat, neutralité, homogénéité, transitivité, résolvabilité, critère Pareto, symétrie par inversion, monotonie, indépendance des clones, critère de la majorité, critère de Smith, critère de Schwartz, prudence).

À l'heure actuelle, le mode de scrutin Condorcet/Schulze est le plus répandu du type Condorcet. Il est utilisé par de nombreux projets logiciels (p. ex. : Debian, Ubuntu, Gentoo, OpenStack, Software in the Public Interest), par le Parti pirate dans plus d'une dizaine de pays, par des dizaines d'autres organisations (p. ex. : le Mouvement 5 étoiles en Italie, l'Association allemande de pédiatrie, l'Université Albert Ludwig de Fribourg), et par la ville de Silla en Espagne.

3. Exemple

Il y a 4 candidats et 21 votants.

8 votants préfèrent a à c à d à b .

2 votants préfèrent b à a à d à c .

4 votants préfèrent c à d à b à a .

4 votants préfèrent d à b à a à c .

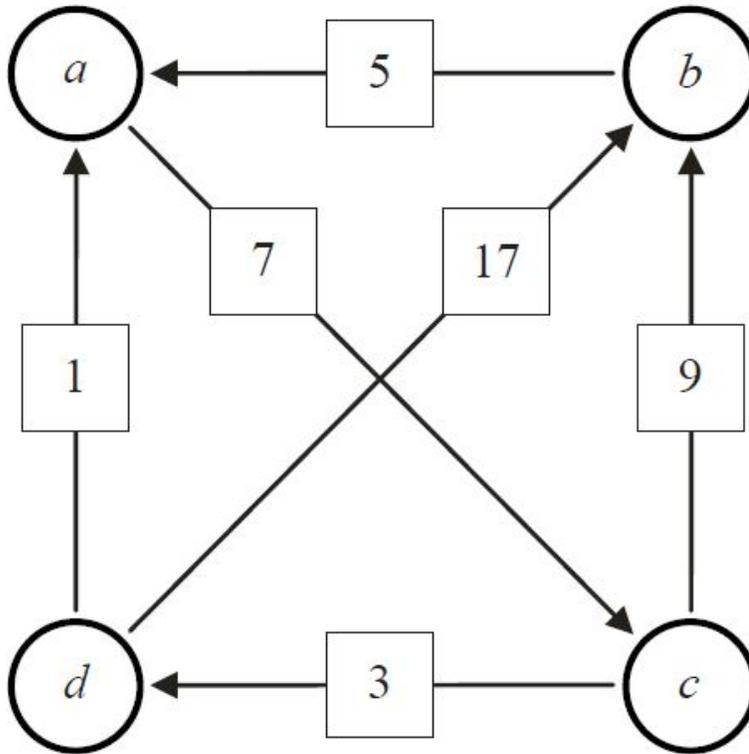
3 votants préfèrent d à c à b à a .

La matrice des duels N est la suivante :

	$N[*,a]$	$N[*,b]$	$N[*,c]$	$N[*,d]$
$N[a,*]$	---	8	14	10
$N[b,*]$	13	---	6	2
$N[c,*]$	7	15	---	12
$N[d,*]$	11	19	9	---

La matrice des duels peut aussi s'exprimer sous forme de graphique. Lorsque $N[i,j] > N[j,i]$, alors il existe entre le candidat i et le candidat j un lien de force $N[i,j] - N[j,i]$.

Voici le graphique correspondant :



Dans cet exemple, il n'y a pas de gagnant de Condorcet. Par conséquent, la méthode Schulze entre en jeu.

Le chemin le plus fort...

- ... du candidat a au candidat b est $a \xrightarrow{7} c \xrightarrow{9} b$ (force de 7).
- ... du candidat a au candidat c est $a \xrightarrow{7} c$ (force de 7).
- ... du candidat a au candidat d est $a \xrightarrow{7} c \xrightarrow{3} d$ (force de 3).
- ... du candidat b au candidat a est $b \xrightarrow{5} a$ (force de 5).
- ... du candidat b au candidat c est $b \xrightarrow{5} a \xrightarrow{7} c$ (force de 5).
- ... du candidat b au candidat d est $b \xrightarrow{5} a \xrightarrow{7} c \xrightarrow{3} d$ (force de 3).
- ... du candidat c au candidat a est $c \xrightarrow{9} b \xrightarrow{5} a$ (force de 5).
- ... du candidat c au candidat b est $c \xrightarrow{9} b$ (force de 9).
- ... du candidat c au candidat d est $c \xrightarrow{3} d$ (force de 3).
- ... du candidat d au candidat a est $d \xrightarrow{17} b \xrightarrow{5} a$ (force de 5).
- ... du candidat d au candidat b est $d \xrightarrow{17} b$ (force de 17).
- ... du candidat d au candidat c est $d \xrightarrow{17} b \xrightarrow{5} a \xrightarrow{7} c$ (force de 5).

L'unique gagnant de Schulze est le candidat d puisque, pour tout autre candidat x , la force du chemin le plus fort du candidat d au candidat x est supérieure à celle du chemin le plus fort du candidat x au candidat d .

Références

- Christoph Börgers, « Mathematics of Social Choice: Voting, Compensation, and Division », SIAM, pages 37-42, 2009, DOI : 10.1137/1.9780898717624
- Markus Schulze, « A new monotonic, clone-independent, reversal symmetric, and Condorcet-consistent single-winner election method », Social Choice and Welfare, volume 36, n° 2, pages 267-303, 2011, DOI : 10.1007/s00355-010-0475-4
- T. Nicolaus Tideman, « Collective Decisions and Voting: The Potential for Public Choice », Ashgate Publishing, pages 228-232, 2006
- https://fr.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9thode_Schulze
- <http://m-schulze.9mail.de/long.pdf>